

研究论文

# 基于集合算法的高纯度精馏塔分段建模方法

李德新<sup>1</sup>, 姜 波<sup>1</sup>, 任奕丞<sup>1</sup>, 祝铃钰<sup>1</sup>, 蒋鹏飞<sup>2</sup>, 周立芳<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 浙江工业大学化学工程与材料学院, 浙江 杭州 310014; <sup>2</sup> 浙江大学控制科学与工程学系, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 多级汽液平衡过程的严格模型变量维数高, 用于构建优化命题时不易收敛且计算速度较慢。采用集合算法中基于吸收因子和理论塔板数计算全塔段组分回收率的组分分配特征方程代替逐板相平衡, 加入物料衡算等基本方程与若干简化关系匹配模型自由度, 建立可用于联立计算的逐段降维 GM 模型。同时根据高纯度精馏塔吸收因子沿塔分布的强非线性特征, 提出分段线性拟合求解组分回收率的线性 GM 模型。以空分装置的粗氩塔为例进行高纯度精馏塔的严格模型、降维 GM 模型和线性 GM 模型的对比计算。结果表明, 降维 GM 模型的计算变量由逐板模型的 2377 个减少到 34 个, 同样平台下收敛时间由 6136 s 缩短至 1 s 左右, 而关键组分纯度模拟与严格机理模型一致。

**关键词:** 空分; 高纯度精馏塔; 降维模型; 分段模型

**DOI:** 10.3969/j.issn.0438-1157.2012.09.006

**中图分类号:** TQ 021.8

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0438-1157 (2012) 09-2710-06

## Aggregated model high purity distillation column based on group methods

LI Dexin<sup>1</sup>, JIANG Bo<sup>1</sup>, REN Yicheng<sup>1</sup>, ZHU Lingyu<sup>1</sup>, JIANG Pengfei<sup>2</sup>, ZHOU Lifang<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> College of Chemical Engineering and Materials Science, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, Zhejiang, China; <sup>2</sup> Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang, China)

**Abstract:** Because of the large scale feature of the rigorous model, process optimization on multi-stage columns could be difficult to converge. In this paper, a reduced-order model based on the group method is proposed for high purity distillation columns which correlates the component recoveries with absorption factors and number of theoretical stages. Considering the strongly nonlinear characteristics of absorption factor along the column of high purity distillation column, a piecewise linear fitting method is proposed to obtain the component recoveries. Simulations are conducted under different loads to compare the performance of the reduced-order model and the rigorous model. The results show that the model scale is dramatically decreased from 2377 variables in the rigorous model to 34 variables in the proposed reduced-order model, the convergence time is also greatly reduced from 6136 s to that around 1 s, but the model accuracy is not damaged with very small errors between these two models.

**Key words:** air separation; high purity distillation column; reduced-order model; aggregated model

## 引 言

多级汽液平衡过程模拟是复杂化工装置优化的

一个重要部分。当装置中存在理论塔板数上百的高纯度精馏塔时, 全流程优化命题变量数很容易上万, 具有显著的大规模特征。求导计算存储量增加

2012-06-14 收到初稿, 2012-06-20 收到修改稿。

**联系人:** 祝铃钰。第一作者: 李德新 (1984—), 女, 硕士研究生。

**基金项目:** 浙江省自然科学基金项目 (Y4100319); 国家自然科学基金项目 (60974007)。

**Received date:** 2012-06-14.

**Corresponding author:** Prof. ZHU Lingyu, zhuly@zjut.edu.cn

**Foundation item:** supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Y4100319) and the National Natural Science Foundation of China (60974007).

导致求解联立方程难度增大, 优化命题不易收敛且计算速度较慢<sup>[1]</sup>。因此研究者针对大规模优化命题进行算法研究, 希望通过选用不同的建模方法, 改善初值和求导算法, 提高计算效率<sup>[2]</sup>。如果能够建立快速而精确描述过程特征的多级汽液平衡模型, 摒弃复杂的逐板计算, 那么即使命题扩展为装置级别的动态优化或过程综合时也可以维持较少的变量数和较低的计算难度<sup>[3]</sup>。

多级汽液平衡的简化计算方法很多, 如早期的捷算法<sup>[4-7]</sup>, 用于设计型计算; Kremser 等<sup>[8-11]</sup>提出的集合算法给出了表达组分回收率与吸收因子和塔板数关系的特征方程。Bagajewicz 等<sup>[12-13]</sup>提出了将精馏塔简化成传质/传热模型以构建并优化传质网络的方法; Caballero 等<sup>[14]</sup>则利用夹点和物料衡算建立简化模型完成过程综合计算。上述模型都只有简单的特征方程, 不能直接用于过程模拟优化, 也不适用于带复杂塔结构优化的命题求解<sup>[15]</sup>。Kamath 等<sup>[16]</sup>提出了基于集合算法的简化模型, 但是仍然沿用两端吸收因子平均值计算组分回收率, 不能准确描述高纯度精馏塔浓度分布呈现两端固定而中间组分浓度快速变化的特点<sup>[17-18]</sup>。

集合算法不做逐板计算, 将多个理论级的相平衡方程改为塔段组分分配特征方程, 方法变量数较少且构建塔板数优化命题时可使用梯度法进行求解。因此, 开发基于集合算法的高纯度精馏塔降维模型很有意义, 要在降低模型维数的同时提高模型准确性, 建立适度简化而又具有足够精度的过程模型。目前存在的问题是该方法只提供了特征方程, 模型自由度不为零, 不能直接用于联立求解精馏塔, 需要补充相关方程。因此, 本文将完善基于集合算法的可联立精馏塔计算模型, 分析高纯度精馏塔内吸收因子分布规律, 提出适宜的组分回收率表征方法, 对降维模型的复杂性和准确性进行讨论。

## 1 基于集合算法的精馏塔分段降维模型

精馏塔分段降维模型包括冷凝器、再沸器、进料板、分流器和塔段的计算模块。其中塔段的计算模块将精馏塔内没有进出料的  $N$  层塔板合并为一个塔段进行降维处理。上升气流从塔段的最下层(第  $N$  层)下方进入, 与第 1 层上方的下降液体相遇, 进行传质、传热。本节将在集合算法的基础上

建立可用于联立求解的塔段降维数学模型。

### 1.1 基于集合算法的塔段降维模型自由度分析

集合算法核心方程是组分分配特征方程<sup>[9]</sup>

$$V_1 y_{1,i} = V_{N+1} y_{N+1,i} \phi_{A,i} + L_0 x_{0,i} (1 - \phi_{S,i}) \quad (1)$$

式中  $V_1$  为离开第 1 块板所有组分的上升气体量, mol;  $y_{1,i}$  为第 1 块板  $i$  组分的气相浓度, 下角标  $i$  为组分数,  $i = 1, 2, \dots, C$ ,  $C$  为总组分数;  $V_{N+1}$  为进入第  $N$  块板所有组分的上升气体量;  $y_{N+1,i}$  为进入第  $N$  块板  $i$  组分的气相浓度;  $\phi_{A,i}$  为塔段进口气相中组分  $i$  未吸收分率;  $L_0$  为进入第 1 块板所有组分的下降液体量;  $x_{0,i}$  为进入第 1 块板  $i$  组分的液相浓度;  $\phi_{S,i}$  为塔段进口液相中组分  $i$  未脱吸分率。式(1)关联了进入塔段的物流和未吸收率/未脱吸率, 计算塔段顶部的气相出料。作为精馏塔塔段的性能方程, 自由度不为零, 需给定具体的数据才能求解, 而不能独立求解出塔段的出料信息。因此, 需要建立塔段的完整数学模型以进行求解计算。

本文工作中将塔段视为一个虚拟塔板, 联立物料衡算、热量衡算和组分加和方程, 以及上述组分分配特征方程。

塔段的物料平衡方程

$$V_{N+1} y_{N+1,i} + L_0 x_{0,i} = V_1 y_{1,i} + L_N x_{N,i} \quad (2)$$

其中,  $L_N$  为离开第  $N$  块板所有组分的下降液体量;  $x_{N,i}$  为第  $N$  块板  $i$  组分的液相浓度。

塔段的热量平衡方程

$$V_{N+1} H_{N+1}^V + L_0 H_0^L = V_1 H_1^V + L_N H_N^L \quad (3)$$

式中  $H_{N+1}^V$  为进入第  $N$  块板的气相摩尔焓;  $H_0^L$  为进入第 1 块板的液相摩尔焓;  $H_1^V$  为离开第 1 块板的气相摩尔焓;  $H_N^L$  为离开第  $N$  块板的液相摩尔焓。

对于精馏塔, 塔板上的气液相符合泡露点假设, 精馏塔塔板上塔段出料的组分加和方程如下: 气相在露点条件下出料

$$\sum_{i \in C} y_{1,i} / K_{1,i} = 1 \quad (4)$$

液相在泡点条件下出料

$$\sum_{i \in C} K_{N,i} x_{N,i} = 1 \quad (5)$$

其中,  $K_{1,i}$ 、 $K_{N,i}$  分别为第 1、第  $N$  块板上  $i$  组分的汽液相平衡常数。

当进入塔段的气、液相流量及其组分的浓度已知时, 以上方程的总数为  $2|C| + 3$ , 变量数为  $2|C| + 4$ , 自由度为 1。需要增加一个方程来满

足自由度的要求。由于  $L_1$  和  $V_N$  是在计算塔段两端的吸收因子时被引进的变量，无法用精确的方程准确计算，因此根据 Kamath 等<sup>[16]</sup>对集合算法的改进，增加一个近似的物料平衡

$$L_1 - L_N \approx V_1 - V_N \tag{6}$$

式(1)~式(6)构成了精馏塔的 GM 降维模型，未回收率  $\phi_{A,i}$ /未脱除率  $\phi_{S,i}$  可由相应的公式计算得到。此时，该精馏塔的计算模型自由度为零，可进行联立求解。其中未吸收率和未脱吸率计算的准确性将决定模型的精度。

1.2 GM 降维模型吸收/未脱除率计算方法修正

集合模型中组分  $i$  的未回收率  $\phi_{A,i}$ /未脱除率  $\phi_{S,i}$  的定义为

$$\phi_{A,i} = \frac{1}{A_{1,i}A_{2,i}\cdots A_{N,i} + A_{2,i}A_{3,i}\cdots A_{N,i} + \cdots + A_{N,i} + 1}$$
$$\phi_{S,i} = \frac{1}{S_{1,i}S_{2,i}\cdots S_{N,i} + S_{1,i}S_{2,i}\cdots S_{N-1,i} + \cdots + S_{1,i} + 1} \tag{7}$$

式中  $A_{1,i}$ 、 $A_{N,i}$  分别为第 1、第  $N$  层塔板上  $i$  组分的吸收因子； $S_{1,i}$ 、 $S_{N,i}$  分别为第 1、第  $N$  层塔板上  $i$  组分的脱吸因子，定义为

$$A_{1,i} = L_1/K_{1,i}V_1, \quad A_{N,i} = L_N/K_{N,i}V_N,$$
$$S_{1,i} = 1/A_{1,i}, \quad S_{N,i} = 1/A_{N,i} \tag{8}$$

由于逐板信息未知，Horton 等<sup>[9]</sup>在计算未回收率  $\phi_{A,i}$ /未脱吸率  $\phi_{S,i}$  时，假设塔内各板上的吸收/脱吸因子均相等，用一平均吸收/脱吸因子  $A_{e,i}$ 、 $S_{e,i}$  代替各个塔板上的吸收/脱吸因子值，将式(8)简化为式(9)

$$\phi_{A,i} = \frac{A_{e,i} - 1}{A_{e,i}^{N-1} - 1}, \quad \phi_{S,i} = \frac{S_{e,i} - 1}{S_{e,i}^{N-1} - 1} \tag{9}$$

Edmister 等<sup>[10-11]</sup>将两层塔板的理论计算外推到多层塔板

$$A_{e,i} = [A_{N,i}(A_{1,i} + 1) + 0.25]^{0.5} - 0.5$$
$$S_{e,i} = [S_{1,i}(S_{N,i} + 1) + 0.25]^{0.5} - 0.5 \tag{10}$$

考虑到塔板数的变化会引起浓度波形的极大变化，式(10)的误差就会增加，本文提出将式(7)计算线性处理，通过调整精馏塔中降维模型的段数匹配吸收因子波形以改善未回收率计算的准确性，为区别起见，命名为 GM 线性模型。塔内各个塔板上的吸收/脱吸因子值可由各塔段顶/底值内插获得

$$A_{j,i} = A_{1,i} - \frac{j-1}{N-1}(A_{1,i} - A_{N,i})$$
$$S_{j,i} = S_{1,i} - \frac{j-1}{N-1}(S_{1,i} - S_{N,i}) \tag{11}$$

2 结果与讨论

2.1 粗氩塔不分段模拟结果对比

对空分流程中的高纯度精馏塔粗氩塔建模并求解，塔的模拟结构示意图见图 1。为了得到合格（浓度达到 99% 以上）的精馏塔的产品出料，设计的粗氩塔有 197 块理论板，塔底气相进料，其结构参数、进料和操作条件如表 1 所示。

表 1 粗氩塔结构参数、进料和操作条件

Table 1 Column specification, feed and operational conditions of argon sidearm column

| Column specifications              |       | Feed condition                |        |
|------------------------------------|-------|-------------------------------|--------|
| Parameter                          | Value | Parameter                     | Value  |
| column number                      | 197   | flow/kmol · h <sup>-1</sup>   | 1189.3 |
| reflux ratio                       | 46    | pressure×10 <sup>-5</sup> /Pa | 1.39   |
| feed location                      | 197   | vapor fraction                | 1      |
| top pressure×10 <sup>-5</sup> /Pa  | 1.244 | N <sub>2</sub> /mol           | 0.0002 |
| pressure drop×10 <sup>-5</sup> /Pa | 0.146 | Ar/mol                        | 0.0967 |
|                                    |       | O <sub>2</sub> /mol           | 0.9031 |

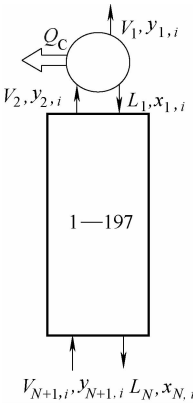


图 1 粗氩塔模拟结构

Fig. 1 Simulation structure of argon sidearm column

首先将 1~197 块塔板作为一个塔段进行模拟，分别采用严格模型、GM 降维模型和 GM 线性模型。在 Matlab®环境下编制程序，应用函数 fsolve 进行联立求解计算，热力学使用 SRK 方程，计算对比结果如表 2 所示。

由表中结果可以看出，单段 GM 降维模型和 GM 线性模型计算的塔顶、塔底流量及温度与严格模型吻合较好，相对误差均在 1% 以内，能在一定程度上反映出精馏塔的实际情况，表明建立的精馏塔计算模型可用。

同时需要注意的是，对精馏塔的计算结果在组分浓度上有一定误差，尤其是当物流的纯度较高时，杂质浓度的数量级很小（如精馏塔的塔顶氧浓

表 2 严格模型与 GM 降维模型结果比较

Table 2 Simulation results of argon sidearm column using rigorous model and aggregate GM models

| Item                               | Rigorous model         | GM                    | GM_Linear             |
|------------------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| top stage                          |                        |                       |                       |
| flow( $V_1$ )/kmol·h <sup>-1</sup> | 26.5                   | 26.3                  | 26.3                  |
| temperature( $T_1$ )/K             | 89.5                   | 89.7                  | 89.7                  |
| O <sub>2</sub> ( $y_{O_2}$ )/mol   | $3.63 \times 10^{-18}$ | 0.0052                | $2.86 \times 10^{-8}$ |
| AR( $y_{AR}$ )/mol                 | 0.9924                 | 0.9871                | 0.9924                |
| N <sub>2</sub> ( $y_{N_2}$ )/mol   | 0.0076                 | 0.0077                | 0.0076                |
| bottom stage                       |                        |                       |                       |
| flow( $L_N$ )/kmol·h <sup>-1</sup> | 1162.7                 | 1162.9                | 1162.9                |
| temperature( $T_N$ )/K             | 93.4                   | 93.4                  | 93.4                  |
| O <sub>2</sub> ( $x_{O_2}$ )/mol   | 0.9237                 | 0.924                 | 0.9241                |
| AR( $x_{AR}$ )/mol                 | 0.0762                 | 0.0759                | 0.0758                |
| N <sub>2</sub> ( $x_{N_2}$ )/mol   | $3.96 \times 10^{-5}$  | $4.85 \times 10^{-5}$ | $4.99 \times 10^{-5}$ |

度)，计算结果的相对误差较大。也就是说式(10)或式(11)对较高未回收率组分的计算误差较大，本文考虑通过分段策略拟合吸收因子的分布特征以提高模型在计算高纯度产品收率方面的准确性。

2.2 降维模型分段对模拟结果的影响

未吸收率/未脱吸率计算结果决定了精馏塔降维模型的精度，其中函数形式与吸收因子波形吻合非常重要。降维模型采用式(10)计算未吸收率/未脱吸率的前提是假设塔段只有两层理论板，采用式(11)计算的前提是吸收因子线性分布。高纯度精馏塔塔板数较多，其浓度分布与常规精馏塔有很大区别<sup>[19]</sup>，只有当模拟的吸收因子值与实际沿塔分布接近，未吸收率 $\phi_{A,i}$ 的计算才会准确。

以粗氩塔为例进行研究，为了体现不同回流比下塔内各层塔板上吸收因子的变化规律，在回流比为 30~50 的范围内等间距获得 11 条吸收因子分布曲线（图 2），图中箭头指向回流比  $R$  增大的方向。从图中可以看出，不同回流比下粗氩塔的吸收因子波形形状相似，在部分塔板上变化较大而其余位置变化很小，呈现为“S”波形，整个回流比变化范围内的波形在回流比为 46 前后从一端剧烈变化至另一端，精馏塔的吸收/脱吸因子变化表现出极强的非线性。

将回流比 30~45 的波形定义为波形 I，回流比 46~50 的波形定义为波形 II，根据两组波形一阶导数变化确定分段位置。分两段时，波形 I 和波形 II 都在二阶导数极小处分段；分三段时，波形 I 在二阶导数极小和中点处分段，波形 II 分别在二阶

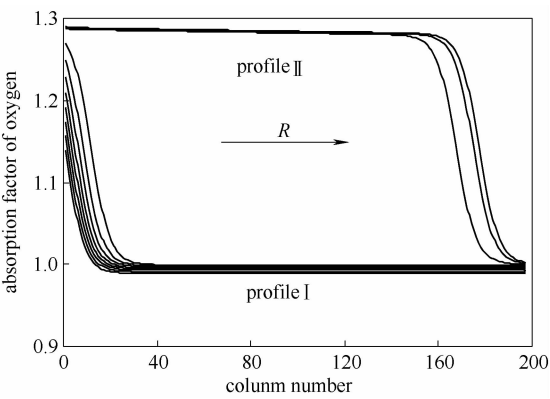
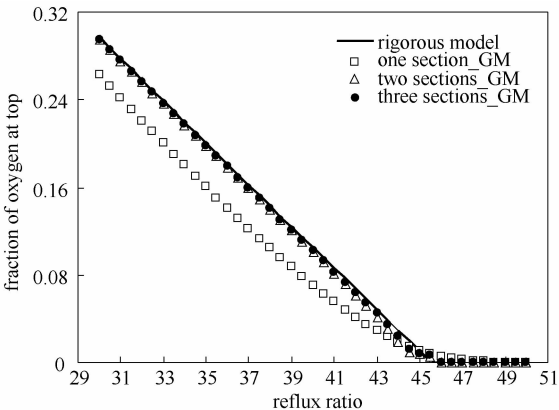


图 2 不同回流比下粗氩塔内 O<sub>2</sub> 吸收因子波形图

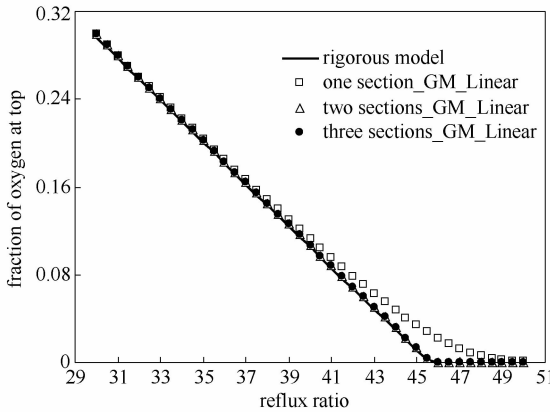
Fig. 2 Absorption factors profiles of argon sidearm column

导数极大和极小处分段。

在回流比为 30~50 的范围内，采用两种模型和三种分段方式分别对粗氩塔进行模拟，两种降维模型的塔顶 O<sub>2</sub> 浓度与严格模型计算对比结果如图 3 所示。



(a) GM reduced-order model



(b)GM\_Linear reduced-order model

图 3 不同分段数下两种降维模型计算塔顶 O<sub>2</sub> 浓度对比

Fig. 3 Effect of models and section number on overhead oxygen residue of argon sidearm column

由图 3 可以看出, 降维模型的塔顶  $O_2$  浓度计算结果与严格模型中的结果变化趋势基本一致, 但将整塔作为一段考虑时, 两种降维模型分别在不同回流比下有明显误差。分成两段或三段考虑时, 计算误差明显减小。将两段及三段条件下采用两种降维模型计算塔顶  $O_2$  浓度的绝对误差如图 4 所示。由图 4 可知, GM 线性模型要优于 GM 降维分段模型。GM 降维模型分三段有利于计算准确, GM 线性模型分三段与分两段的计算结果误差大致相同, 这是由于波形 I 和波形 II 的形状更接近于两段线性。

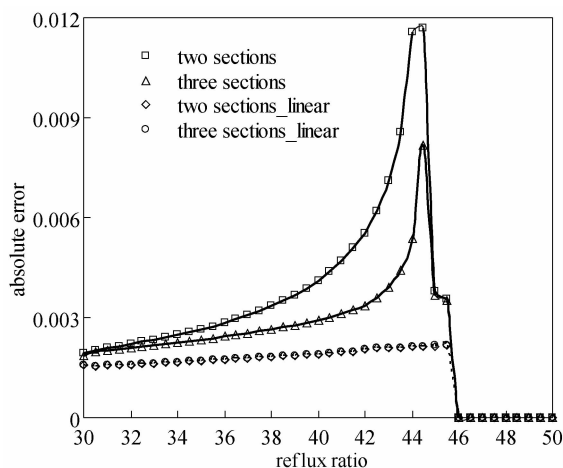


图 4 两种模型计算塔顶  $O_2$  浓度的绝对误差

Fig. 4 Effect of models and section number on absolute error of overhead oxygen residue

表 3 列出了回流比为 46 时采用不同模型模拟粗氩塔的变量数和收敛时间对比。降维 GM 模型的计算变量由逐板模型的 2377 个减少到 34 个, 同样平台下收敛时间由 6136 s 缩短至 1 s 左右。这表明同样平台下, 降维算法加快了精馏塔联立计算的收敛速度。分段数从一段增加到三段时, 变量数收敛时间从 1 s 增加到 5 s, 比严格算法时间还是有明显减少。

表 3 三种模型下的变量数和收敛时间比较

Table 3 Number of variables and convergence time using three models

| Item           |           | Rigorous model | GM   | GM_Linear |
|----------------|-----------|----------------|------|-----------|
| one section    | variables | 2377           | 34   | 34        |
|                | time/s    | 6136           | 1.14 | 1.35      |
| two sections   | variables |                | 54   | 54        |
|                | time/s    |                | 3.18 | 2.99      |
| three sections | variables |                | 74   | 74        |
|                | time/s    |                | 4.88 | 5.26      |

### 3 结 论

本文建立了基于集合算法的 GM 降维模型, 提出了线性化处理吸收因子分布的修正方法, 按变化趋势分段逼近高纯度精馏塔的吸收/脱吸因子非线性分布, 并将降维模型和线性降维模型应用于高纯度精馏塔模拟。计算结果表明, 降维模型变量数比严格模型大大减少, 收敛时间明显缩短, 且能够保证严格模型的计算精度; 分段数增加有利于提高计算结果准确性, 采用与吸收因子分布吻合的方式分段应用 GM 线性模型对提高模型精度很有帮助, 可以为高纯度精馏塔快速求解提供合理的建模方法。

### References

- [1] Caballero J A, Grossmann I E. Hybrid simulation-optimization algorithms for distillation design//20th European Symposium on Computer Aided Process Engineering [C]. Milano, 2010
- [2] Shao Zhijiang (邵之江), Jiang Aipeng (江爱朋), Chen Xi (陈曦), Fang Xueyi (方学毅), Zheng Xiaoqing (郑小青), Geng Dazhao (耿大钊), Qian Jixin (钱积新). Intelligent operation optimization of distillation column for debutanization in ethylene process [J]. *Journal of Chemical Engineering of Chinese Universities* (高校化学工程学报), 2006, **20** (6): 983-988
- [3] Grossmann I E. Enterprise-wide optimization: a new frontier in process systems engineering [J]. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 2005, **51** (7): 1846-1857
- [4] Seader J D, Henley E J. Separation Process Principles (分离过程原理)[M]. Zhu Kaihong (朱开宏), Wu Junsheng (吴俊生), trans. 2nd ed. Shanghai: East China University of Science and Technology Press, 2007
- [5] Fenske M R. Fractionation of straight-run Pennsylvania gasoline [J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1932, **24**: 482-485
- [6] Gilliland E R. Multicomponent rectification; estimation of the number of theoretical plates as a function of the reflux ratio [J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1940, **32**: 1220-1223
- [7] Underwood A J V. Fractional distillation of multi-component mixtures [J]. *Chemical Engineering Progress*, 1948, **44**: 603-614
- [8] Kremser. Theoretical analysis of absorption process [J]. *Natural Petroleum News*, 1930: 43-49
- [9] Horton G, Franklin W B. Calculation of absorber performance and design [J]. *Industrial and Engineering Chemistry*, 1940, **32** (10): 1384-1388
- [10] Edmister W C. Design for hydrocarbon absorption and stripping [J]. *Industrial and Engineering Chemistry*, 1943, **35** (8): 837-839

- [11] Edmister W C. Absorption and stripping-factor functions for distillation calculation by manual and digital-computer methods [J]. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1957, **3** (2): 165-171
- [12] Bagajewicz M J, Manousiouthakis V. Mass/heat exchange network representation of distillation networks [J]. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1992, **38**: 1769-1800
- [13] Papalexandri K P, Pistikopoulos E N. Generalized modular representation frame-work for process synthesis [J]. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1996, **42**: 1010-1032
- [14] Caballero J A, Grossmann I E. Aggregated models for integrated distillation systems [J]. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1999, **38**: 2330-2344
- [15] Barttfeld M, Aguirre P A, Grossmann I E. Alternative representations and formulations for the economic optimization of multi component distillation columns [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2003, **27**: 363-383
- [16] Kamath R S, Grossmann I E, Biegler L T. Aggregate models based on improved group methods for simulation and optimization of distillation systems [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2010, **34** (8): 1312-1319
- [17] Zhu Lingyu (祝铃钰), Zhou Lifang (周立芳), Qian Jixin (钱积新). Feature analysis and simulation method of thermo-coupled air separation unit with load change operation [J]. *CIESC Journal* (化工学报), 2011, **62** (8): 2232-2237
- [18] Shin S, Seo H, Han M, Park S. A nonlinear profile observer using tray temperatures for high-purity binary distillation column control [J]. *Chemical Engineering Science*, 2000, **55**: 807-816
- [19] Kienle A. Low-order dynamic models for ideal multi-component distillation processes using nonlinear wave propagation theory [J]. *Chemical Engineering Science*, 2000, **55**: 1817-1828